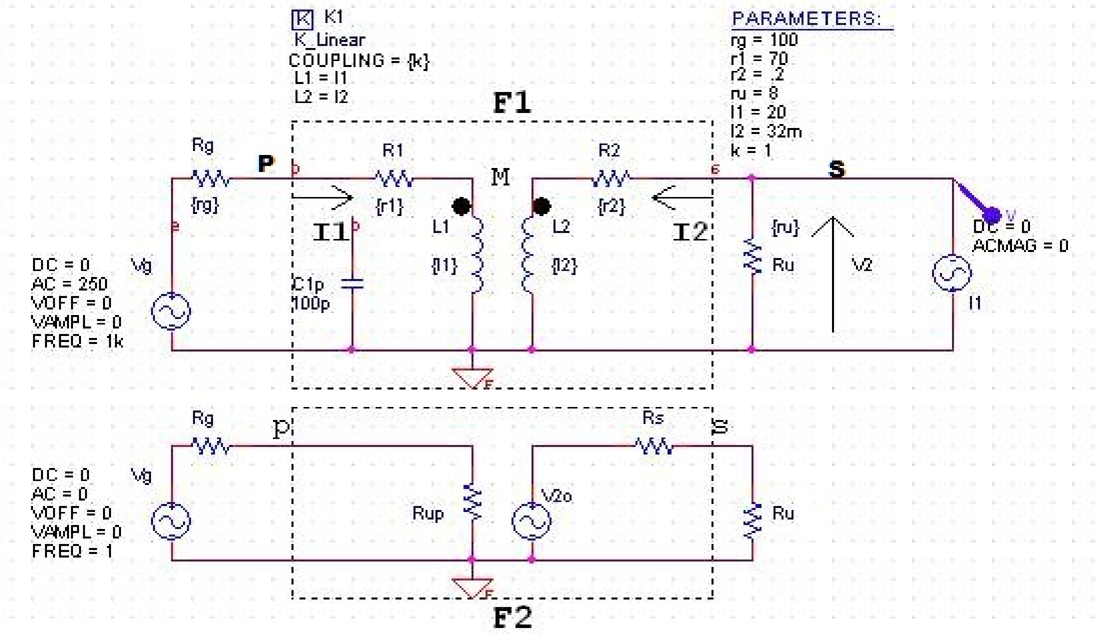
Transformateur utilisé en large bande

Étude du comportement d'un transformateur attaqué par une source de puissance modélisée par un générateur de Thévenin et chargé par un résisteur **Ru** de résistance ***ru*** (impédance ***zu***).

Le modèle utilisé (mutuelle inductance) suppose que la saturation magnétique n'est pas atteinte (ce qui est la moindre des choses), et que la perméabilité magnétique peut être admise comme assez constante (ce qui est le plus discutable !).

Schémas utilisés pour les études et simulations



Remarques : Sur le schéma structurel de simulation en **F1** apparaît un condensateur **C1p** entre l'entrée **P et masse** de capacité arbitraire 100pF. Il représente la capacité d'un condensateur *réparti* entre spires de l'inducteur primaire. Il n'interviendra pas dans les expressions suivantes car on pourra l'intégrer au générateur d'attaque. En conséquence la tension d'attaque considérée est ***Vp*** entre **P** et la **masse.**

Paramètres intervenants :

Vp, V2, *r1, l1, l2, r2, k coefficient de couplage avec $M=k.\sqrt{l_1 l_2}$ et $0\leq k\leq 1$, et ***ru*** **(*zu*).**

Expressions de base pour décrire le comportement électrique du transformateur :

Voir sur la figure **F1** les grandeurs utilisées et servant aux simulations :

1) $Vp=(r_1+j\,l_1\omega)\,I_1+j\,M\,\omega\,I_2$ *maille primaire*

2) $V2=jM\,\omega\,I_1+(r_2+j\,l_2\omega)\,I_2=-ru\,I_2$ *maille secondaire*

3) $0=jM\,\omega\,I_1+(r_2+ru+j\,l_2\omega)\,I_2$ on élimine **V2** par introduction de **ru** dans **2)**

Dans toute la suite j'utilise la notation symbolique de Laplace $s=j\omega$ ceci pour obtenir une synthèse des impédances par combinaisons d'éléments simples à effet purement résistif, inductif ou capacitif ($r, ls, \frac{1}{cs}$).

A) Impédance de charge vue par le générateur d'attaque

C'est **Rup** que présente le transformateur *chargé* par le résisteur (impédance ***zu***) **Ru** *entre les points* **S** *et masse* (voir **F2**) Pour cela, utilisons **1)** et **3)** pour exprimer ***I2*** en fonction de ***I1***. On a donc en notation symbolique :

$$0=M\,s\,I_1+(r_2+ru+l_2 s)\,I_2 \;\Rightarrow\; I_2=\frac{-M\,s}{(r_2+ru+l_2 s)}I_1$$

Pour simplifier les écritures, je pose $ru+r_2=ru_s$

On porte l'expression de ***I2*** dans **1)** pour obtenir **Vp** en fonction de ***I1***, il vient alors :

$$Vp=(r_1+l_1 s)\,I_1-\frac{M^2 s^2}{(ru_s+l_2 s)}I_1=\frac{(r_1+l_1 s)(ru_s+l_2 s)-M^2 s^2}{(ru_s+l_2 s)}I_1=(\frac{r_1 ru_s+(l_1 ru_s+r_1 l_1)s+l_1 l_2 s^2-k^2 l_1 l_2 s^2}{(ru_s+l_2 s)})I_1$$

On pose en général: $\sigma\,\boldsymbol{l}_1\boldsymbol{l}_2=\boldsymbol{lf}^2$ avec ***lf*** inductance de fuite du transformateur et $(1-\boldsymbol{k}^2)=\sigma$ coefficient de Blondel

La résistance **Rup** (impédance **Zup**) de charge vue par le générateur devient :

4) $$rup=(\frac{Vp}{I_1})=(\frac{r_1 ru_s+s(l_1 rus+l_2 r_1)+s^2 lf^2}{(rus+l_2 s)})$$

a) Décomposition de Rup (Zup) en éléments simples :

Pour simplifier les calculs qui suivent, l'expression de ***rup*** peut s'écrire sous la forme suivante :

$$rup=\frac{(a\,s^2+b\,s+c)}{(d\,s+e)} \quad \text{avec} \quad a=lf^2;\; b=(l_1 ru_s+l_2 r_1);\; c=r_1 ru_s;\; d=l_2;\; e=ru_s$$

J'utilise alors la division euclidienne suivant les puissances décroissantes de ***s*** pour décomposer la fraction rationnelle.

$$rup=\frac{a}{d}s+\frac{\left(\left(\frac{bd-ae}{d}s\right)+c\right)}{(ds+e)}=\frac{a}{d}s+\frac{(As+c)}{(ds+e)}=rs_1+rs_2 \quad avec \quad rs_1=\frac{a}{d}s;\ rs_2=\frac{(As+c)}{(ds+e)};\ A=\frac{(bd-ae)}{d}$$

Il est clair que rup est la mise en série de l'inducteur Lfp d'inductance $lfp=\frac{a}{d}=\frac{\sigma l_1 l_2}{l_2}=\sigma l_1=(1-k^2)l_1$ avec l'impédance rs_2

Lfp est **l'inducteur de fuite primaire** qui est ***d'inductance nulle pour k=1***, c'est à dire lorsqu'il n'y a *pas de fuite magnétique* entre *la bobine primaire et la bobine secondaire*.

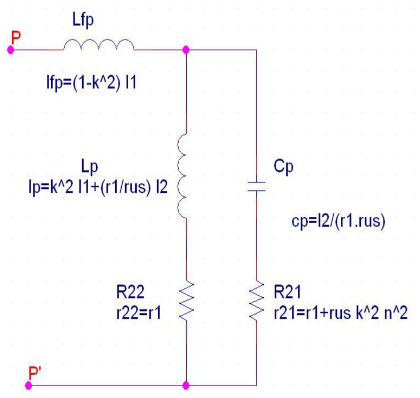
Pour décomposer ***rs2*** on peut choisir entre la somme de deux impédances ***rs21 et rs22*** (mise en série), ou la somme de deux admittances ***y21 et y22*** (mise en parallèle de deux impédances ***z21 et z22***). C'est la deuxième forme que je prends ***arbitrairement.***

On a alors : $ys_2=y_{21}+y_{22}=\frac{1}{z_{21}}+\frac{1}{z_{22}}=\frac{ds+e}{As+c}=\frac{ds}{As+c}+\frac{e}{As+c}$ on déduit $z_{21}=\frac{As+c}{ds}=\frac{A}{d}+\frac{c}{ds}$ et donc que ***z21* est** la mise en série d'un résisteur R_{21} de résistance $r_{21}=\frac{A}{d}=\frac{(bd-ea)}{d^2}=r_1+ru_s\frac{l_1}{l_2}-\frac{lf^2 ru_s}{l_2}=r_1+ru_s\frac{l_1}{l_2}(1-\sigma)$ soit encore :

$r_{21}=r_1+ru_s n^2 k^2$ et $n=\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$ rapport de transformation brut du transformateur , et d'un *condensateur **Cp*** dont la capacité est $cp=\frac{d}{c}=\frac{l_2}{r_1 ru_s}$ Remarquons que ***si r1est nul la capacité devient infinie,*** *étonnant* n'est-il pas !

De même, décomposons $z_{22}=\frac{As+c}{e}=\frac{A}{e}s+\frac{c}{e}$ mise en série du résisteur R_{22} de résistance $r_{22}=\frac{c}{e}=r_1$ résistance répartie de la *bobine primaire* , et d'un inducteur Lp d'inductance $lp=\frac{A}{e}=\frac{(bd-ea)}{de}=\frac{b}{e}-\frac{a}{d}=l_1+l_2\frac{r_1}{ru_s}-\sigma l_1=k^2 l_1+\frac{r_1}{ru_s}l_2$

Nous avons tous les éléments simples donnant une modélisation structurelle possible de **Rup** (entre les points P et P').



En résumé on a donc :

lfp** inductance de **fuite primaire avec : $lfp=(1-k^2)l_1=\sigma l1$

***lp** inductance **apparente primaire** :* $lp=k^2 l_1+\frac{r_1}{ru_s}l_2\ =\ k^2 l_1$ à vide $(I_2=0)$

***cp** capacité induite ! :* $cp=\frac{l_2}{r_1 ru_s}$ influence des résistances primaire et secondaire

r22** identique à la résistance primaire **r1

***r21** résistance totale secondaire ramenée au primaire :* $r_{21}=r_1+ru_s k^2 n^2$

***n** rapport de transformation brut du transformateur.*

Remarques :

*Si on décompose ***rs2*** par mise en série de deux impédances, on trouve alors pour ***Rup :***

Lfp ; puis ***Lp** en parallèle avec* **R21,** puis ***Cp*** *en parallèle avec* ***R22.***

Pas possible d'échapper à la cellule ***RC.*** Je vous laisse le soin de vérifier...

*Si les résistances des enroulements sont proches de zéro (r1=r2=0) et si pas de fuite magnétique (k=1, σ=0), alors il reste simplement ***Lp*** de valeur ***l1*** en parallèle avec ***R21*** de valeur $n^2 ru$

*N'oublions pas de placer entre **P** et **P'** la capacité répartie du primaire **C1p** qui peut influer la tension effective d'attaque si **Rg** n'est pas négligeable *(ce qui est le cas le plus général).*

*Les impédances de source et de charge, **Rg(Zg) et Ru(Zu) sont considérées comme purement résistives**

Il reste à déterminer le générateur de puissance (thévenin) d'attaque de la charge dipolaire **Ru (Zu).**

B) Générateur équivalent vu par la charge Ru (Zu).